

GDK 535:565

PREIZKUS VELJAVNOSTI METOD RAZMIKA ZA OCENJEVANJE GOSTOTE IN TEMELJNICE SESTOJEV

Vladimir PUHEK*

Izvleček

Članek obravnava metode ocenjevanja gostote in temeljnice sestojev na osnovi razmika med drevesi. Z modeliranjem in simulacijo je proučena veljavnost in uporabnost doslej znanih metod ocenjevanja števila dreves in temeljnice. Za preizkušnjo so uporabljeni posnetki različno gostih dejanskih sestojev ter modelni sestoji z naključno - Poissonovo in drugačno razmestitvijo enot. Posebna pozornost je posvečena vzorčni metodi stalnega števila dreves, ki je v gozdarstvu znana kot metoda 6 dreves in metoda 2x6 dreves. Obdelano je zlasti vprašanje pravega števila dreves v vzorcu ter obnašanje teh metod v pogojih nenaključne - gručaste in drugačne razmestitve dreves.

Ključne besede: sestoj, razmestitev, razmik, gostota, Poissonov gozd, programiranje, modeliranje, simulacija, vzorčenje, vzorčne metode.

A TEST OF VALIDITY THE DISTANCE METHODS FOR ESTIMATION STAND DENSITY AND BASAL AREA OF TREES

Vladimir PUHEK*

Abstract

The article deals with the methods of forest stand's density and basal area assessment based on the spacing between trees. By means of models and simulation the validity and applicability of the methods for the assessing of the number of trees and basal area known up till now have been studied. In the test, the samples of differently dense stands and model stands of a random - Poisson's and different unit arrangement have been used. Special attention has been paid to a model method of a constant tree number, which has been known in forestry as the method of 6 trees and that of 2 x 6 trees. The question of the appropriate number of trees in a model and the applicability of these methods in the conditions of a random - group and other arrangement of trees has been dealt with.

Key words: forest stand, arrangement, spacing, density, Poisson's forest, programming, modeling, simulation, sampling, sampling methods.

* mag., dipl. ing., strokovni svetnik, Oddelek za gozdarstvo Biotehniške fakultete, 61 000 Ljubljana, Večna pot 83, SLO

KAZALO

	UVOD.....	157
1	METODA DELA	157
2	TEORETIČNE OSNOVE METODE RAZMIKA.....	159
3	VARIANCA RAZMIKOV.....	166
4	METODA RAZMIKA V GOZDARSTVU.....	172
5	METODA 6 DREVES.....	180
6	METODA 2x6 DREVES.....	185
7	POVZETEK IN SKLEPI	190
	SUMMARY	195
	VIRI.....	197

UVOD

Že nekaj desetletij so v gozdarstvu v rabi različne reprezentančne metode, zlasti metode ocenjevanja gostote dreves in temeljnice sestojev. Pri tem ima svoje mesto tudi metoda razmikov, ki je predmet naše obravnave.

S preizkušanjem vzorčnih metod s področja gozdne inventure smo se na našem oddelku pričeli intenzivneje ukvarjati pred dobrim desetletjem, to je v obdobju opuščanja klasične kontrolne metode in prehoda na reprezentančne inventurne metode. Kljub velikemu številu najrazličnejših preizkusov na modelih in na podatkih iz dejanskih sestojev, pa doslej rezultatov nismo objavljali, ampak se je vse skupaj končalo z internimi poročili in napotki za prakso. Verjetno bi pri tem tudi ostalo, če ne bi povsem po naključju dobil v roke knjige *Spatial Data Analysis by Example* (Upton, Fingleton 1985), v kateri je zbranih veliko dosedanjih raziskav in ugotovitev v zvezi z obliko in načinom razmestitve enot v rastlinskih populacijah. V tej knjigi so kompleksno nakazani problemi v zvezi z ugotavljanjem oblike in načina razmestitve. V tem sklopu je obdelana tudi metoda razmika, vendar precej drugače, kot je le-ta obdelana v strokovni literaturi s področja gozdarstva. Gre namreč za nekatere bistvene razlike in nasprotja, ki jih bomo skušali prikazati v obliki primerjav in preizkusov na izbranih objektih.

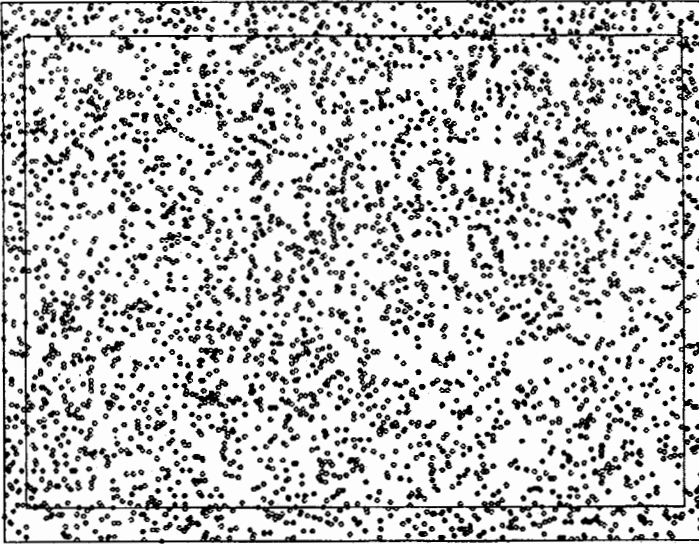
Težišče našega dela je bilo na preverjanju veljavnosti doslej znanih metod in algoritmov za ocenjevanje števila dreves in temeljnice na osnovi razmika med drevesi. Pri tem se nismo mogli povsem izogniti obravnavi zelo pestre problematike prostorske razmestitve dreves, kajti dosedanje ugotovitve raziskovalcev kažejo, da je učinkovitost ocenjevanja na osnovi razmika v veliki meri odvisna od oblike in načina razmestitve dreves v sestoji.

1 METODA DELA

Rezultati, ki so prikazani v tabelah, so bili dobljeni s simulacijo na posnetkih sestojev in na enako velikih, vzporednih modelnih sestojih z enako gostoto, vendar z naključno razmestitvijo dreves. Te modele smo uporabljali tako za primerjavo z dejanskimi sestoji, kakor tudi za

preverjanje teoretične veljavnosti nekaterih enačb za izračun števila dreves in temeljnice na osnovi razmika med drevesi. Posnetke sestojev smo s preslikavo - z večkratnim polaganjem osnovne ploskve v smeri x in y osi povečali na želeno velikost. Primer videza sestoja in izračun je prikazan na sliki 1.

Poisson (0 - dk)



Stevilo točk: 3733		Stevilo na ha: 187		Stevilo centrov: 3385					
Parameter (0-dk)	1.	2.	3.	Razmik (k)	5.	6.	7.	8.	9.
avg	3.711	5.535	6.912	8.078	9.053	9.972	10.808	11.587	12.312
var	3.777	4.063	4.202	4.164	4.207	4.255	4.372	4.437	4.409
min	0.10	0.92	1.32	2.19	3.09	4.05	4.55	5.43	5.73
max	12.50	12.82	14.20	16.15	16.69	18.52	19.98	21.44	21.47
f	17.55	17.15	17.28	17.44	16.76	17.51	17.51	17.50	17.30
Stevilo točk: v pasu:	min	268	max	298	arx:	305.6 (312.5)			
v kvadratu:	min	20	max	59	arsy:	157.0 (160.0)			

Ocena števila točk na ha									
A	181	183	184	183	185	184	184	184	184
B	182	184	184	183	185	184	184	184	184
Mk	0	178	186	183	185	185	185	185	184
M2k	0	183	184	185	185	185	184	184	184

Slika 1: Videz modelnega sestoja in izhodnih tabel pri ocenjevanju gostote sestoja

Figure 1: A look on the Poisson forest and results of the stand density estimation by the point-tree distance sampling method

Velikost tako povečanih sestojev je bila v največ primerih 20 ha, v nekaterih primerih pa samo nekaj ha, če je šlo za zelo goste sestoje. Delno smo se morali pri tem prilagoditi omejitvam glede velikosti matrik v TURBO PASCALU 5.5, v katerem so bili napisani vsi programi za izvedbo modeliranja in simulacije. Zaradi tega so bili objekti za oceno temeljnice manjši od objektov za oceno števila dreves, ker je bilo treba poleg koordinat dreves shranjevati tudi njihove premere.

Za preslikavo osnovnih posnetkov smo se odločili zato, da bi še po določitvi robnega pasu ostala dovolj velika površina za izbiro točk ali dreves - centrov vzorčnih ploskev. Zaradi vpliva roba na velikost razmikov (robni efekt), je bilo namreč treba oblikovati robni pas, katerega širina je variirala v odvisnosti od gostote sestoja. Pri majhnih sestojih z majhno gostoto je bil delež roba lahko zelo velik, zato je bilo povečanje nujno, če smo hoteli dobiti reprezentativne rezultate.

2 TEORETIČNE OSNOVE METODE RAZMIKA

Osnova za metodo razmika je naključna - Poissonova razmestitev enot po površini, ki jo KEULS (1963) in nekateri drugi raziskovalci imenujejo kar Poissonov gozd. Tudi naravni, z nasemenitvijo nastali sestoji so po razmestitvi dreves blizu Poissonovemu gozdu in imajo vsaj v nekaterih razvojnih fazah značilnosti naključne razmestitve enot populacije. Zaradi najrazličnejših vplivov, ki so pri nastajanju nove populacije vedno prisotni, pa se dejanska razmestitev dreves razlikuje od naključne, zlasti glede pojavljanja skupin, ki jih pri naključni razmestitvi ni. Prav tako tu ni večjih "lukenj", ki so v naravnem gozdu pogost pojav, posebno v starejših sestojih.

Za teoretično proučevanje oblike in načina razmestitve enot populacije je pomemben zlasti prvi razmik, to je razmik med naključno izbrano točko ali enoto in njenim najbližjim sosedom. Namreč, večina doslej znanih in uporabljenih testov za odkrivanje načina in oblike razmestitve enot (naključna, nenaključna, gručasta, enakomerna) temelji na razmerju teh dveh razmikov (če pustimo ob strani teste, ki temeljijo na razmerju števila površin z 0, 1, 2, ...n enotami in na razmerju med povprečjem in varianco tega števila).

Pri Poissonovi porazdelitvi enot je verjetnost, da bo na površini s polmerom x , pri gostoti μ , n enot, dana z enačbo:

$$p_n = (\mu\pi x^2)^n e^{-\mu\pi x^2} / n! \quad (2.1)$$

Če je povprečna gostota enot (število enot na enoto površine) pri naključni razmestitvi μ in če razdaljo od neke naključno izbrane točke do njenega prvega soseda označimo z X , neko manjšo razdaljo pa z x , tako da je $X > x$, potem je verjetnost, da na površini πx^2 ne bo nobene enote, enaka verjetnosti za $n=0$ po enačbi 2.1, ali:

$$P(X > x) = e^{-\mu\pi x^2} \quad (2.2)$$

Z odvodom vrednosti $1 - e^{-\mu\pi x^2}$ dobimo gostoto relativnih frekvenc za X , ali:

$$f_x = 2\mu\pi x \cdot e^{-\mu\pi x^2} \quad (2.3)$$

Z zamenjavo $X^2 = U$ (po Uptonu in Fingletonu še z nekoliko žongliranja) pridemo do enačbe za gostoto relativnih frekvenc za U v obliki:

$$f_u = \mu\pi \cdot e^{-\mu\pi u} \quad (2.4)$$

Več avtorjev je skoraj sočasno ugotovilo, da se vrednosti u porazdeljujejo v obliki hi-kvadrat porazdelitve z 2 stopinjama prostosti. Zaradi aditivnosti hi-kvadrat porazdelitve in ob dejstvu, da so razdalje $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ neodvisne razdalje točka - prvi sosed ter z upoštevanjem, da je $U_i = X_i^2$ ($i=1,2,3,\dots,n$), je tudi porazdelitev $2\mu\pi \Sigma U_i$ hi-kvadrat porazdelitev z dvema stopinjama prostosti.

THOMPSON (1956) je tudi za preostale razdalje, to je za razdalje od točke do k -tega soseda ($k=1, 2, 3 \dots n$), pri $U_k = X_k^2$, pokazal, da je:

$$f(u_1, u_2, \dots, u_k) = (\mu\pi)^k \cdot e^{-\mu\pi u} \quad (2.5)$$

Po Thompsonu je porazdelitev $2\mu\pi U_k$ hi-kvadrat porazdelitev z $2k$ stopinjami prostosti. Na temelju zgornjih enačb je Thompson prišel do enačb za srednje vrednosti razmikov k in sicer:

$$EX_k = k \cdot (2k)! / (\sqrt{\mu} \cdot (2^k \cdot k!)^2) \quad (2.6)$$

in

$$EX^2_k = k / (\mu\pi) \quad (2.7)$$

Z nekoliko drugačnim pristopom k odvodu enačbe (2.5) je EBERHARDT (1967) dobil izraz:

$$E(1/X^2_k) = \mu\pi / (k-1) \quad (2.8)$$

Vse navedene enačbe se nanašajo na razdaljo X to je na razdaljo med naključno izbrano točko in njenim 1., 2., 3., ... k -tim sosedom. Za naključno razmeščene enote - Poissonov gozd pa veljajo te enačbe tudi za razdalje med naključno izbrano enoto in njenim 1., 2., 3., ... k -tim sosedom. (UPTON / FINGLETON 1985).

V navedenih enačbah se pojavlja povprečje treh različnih vrednosti. V prvi enačbi (2.6) je povprečje linearnih vrednosti ali aritmetična sredina, v enačbi (2.7) je povprečje kvadratov in v enačbi (2.8) povprečje reciprokov kvadratov.

Iz enačb (2.6), (2.7) in (2.8) lahko izračunamo povprečno gostoto enot. Na temelju povprečja razmikov do k -tega soseda iz enačbe (2.6) dobimo:

$$\mu = k \cdot (2k)! / (EX_k \cdot (2^k \cdot k!)^2) \quad (2.9)$$

Iz enačbe (2.7), na temelju povprečja kvadratov razmikov do k -tega soseda, dobimo:

$$\mu = k / (EX^2_k \cdot \pi) \quad (2.10)$$

Iz tretje enačbe (2.8), kjer imamo povprečje reciprokov kvadratov razmikov, dobimo:

$$\mu = (k-1) \cdot E(1/X^2_k) / \pi \quad (2.11)$$

Gostota μ je tu podana kot N/P , to je število enot na enoto površine. Če vzamemo za P površino 1 ha v m^2 in če je $X=r$, dobimo za število enot na 1 ha naslednje izraze:

$$a) \quad N=10000.a^2_k/r^2_k \quad (2.12)$$

ali

$$N=(100.a_k/r_k)^2, \text{ kjer je}$$

$$a_k=k.(2k)!/(2^k.k!)^2, \text{ in } r_k=\Sigma r_k/n$$

Nekoliko drugačno obliko enačbe, ki pa daje enake vrednosti konstante a , navaja tudi SLOBODA (1976) za varianto točka - 1., 2., ... k -ti sosed. Neodvisno od drugih je do identične enačbe prišel tudi CEDILNIK (1982, interni material).

$$b) \quad N=10000.k/(r_k.\pi) \quad (2.13)$$

$$(r_k=\Sigma r^2_k/n)$$

$$c) \quad N=10000.(k-1).r_k/\pi \quad (2.14)$$

$$(r_k=\Sigma(1/r^2_k)/n)$$

Vrednosti konstant, ki se pojavljajo v enačbah a, b in c so razvidne iz preglednice 1.

V enačbi (2.14) se povprečje r_k ne pojavlja v imenovalcu, ampak v števcu. Navidezno nepomembna razlika ima veliko praktično vrednost. S to enačbo, za razliko od drugih dveh, lahko prav zato izračunamo povprečno gostoto kot povprečje posameznih ocen:

$$N = (N_1+N_2+N_3+\dots+N_n)/n \quad (2.15)$$

Dokaz:

$$N_1 = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot 1/r^2_{k1}$$

$$N_2 = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot 1/r^2_{k2}$$

$$N_3 = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot 1/r^2_{k3}$$

...

$$N_n = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot 1/r^2_{kn}$$

$$\Sigma N_i = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot \Sigma (1/r^2_k)_i$$

Če sedaj delimo levo in desno stran s številom ocen (n), dobimo enačbo za povprečno gostoto:

$$N = 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot (1/r^2_k) \quad (2.16)$$

Poleg dobre lastnosti, da omogoča izračun povprečne gostote iz posameznih ocen, je ta enačba zanimiva tudi zato, ker jo v gozdarski literaturi in v praksi najdemo v nekoliko spremenjeni obliki pri nekaterih načinih ocenjevanja gostote in temeljnice na osnovi razmika.

Preglednica 1: Vrednosti konstant v nekaterih enačbah za izračun števila dreves na hektar

Table 1: The values of constants in some equations for stand density estimation (N/ha)

k	a_k	$10000 \cdot a^2_k$ (2.12)	$10000 \cdot k / \pi$ (2.13)	$10000 \cdot (k-1) / \pi$ (2.14)
1	0.5	2500	3183.1	-
2	0.75	5625	6366.2	3183.1
3	0.9375	8789.1	9549.3	6366.2
4	1.09375	11962.9	12732.4	9549.3
5	1.230469	15140.5	15915.5	12732.3
6	1.353516	18320.1	19098.6	15915.5
7	1.466309	21500.6	22281.7	19098.6
8	1.571045	24681.8	25464.8	22281.7
9	1.669235	27863.5	28647.9	25464.8

V preglednici prikazane vrednosti konstant so teoretične vrednosti, ki veljajo za izračun gostote naključno razmeščenih enot. Glede na to, da se v praksi srečujemo predvsem z nenaključnimi razmestitvami, so navedene vrednosti zanimive le za primerjavo.

Pri izračunu gostote imamo poleg konstant opravka še z zaporednim razmikom k , ki je pomemben pri ugotavljanju oblike in načina razmestitve enot populacije. Osnova za opredelitev je namreč razmerje med povprečnim razmikom, ugotovljenim po dveh variantah: točka - prvi sosed in enota-prvi sosed. Po dosedanjih ugotovitvah naj bi razmerje med tema dvema razmikoma nakazovalo tako način (naključni, nenaključni) kakor tudi obliko razmestitve enot (gručasta, enomerna).

Po KERSHAWU (1973) naj bi v zvezi s prvima razmikoma točka - drevo in drevo - drevo veljalo tole: Če je povprečni razmik med naključno izbrano točko in njenim prvim sosedom enak razmiku med naključno izbranim drevesom in njegovim prvim sosedom, je razmestitev dreves naključna - Poissonova. Pri gručasti razmestitvi je to razmerje večje, pri drugačni pa manjše od ena. Z malo premisleka lahko ugotovimo, da je ta domneva pravilna. Denimo, da je razmestitev dreves povsem pravilna, bodisi v obliki kvadratne ali pravokotne mreže. Naključno izbrana točka bo največkrat nekje vmes med drevesi, zato bo razmik med točko in njenim prvim sosedom manjši od razmika med naključno izbranim drevesom in njegovim prvim sosedom. Kadar pa je razmestitev dreves gručasta, je največ razmikov od drevesa do prvega soseda majhnih, medtem ko so razmiki od naključno izbrane točke do njenega prvega soseda, zaradi neenakomerne gostote dreves, razmeroma veliki. Sicer pa preizkus, ki smo ga opravili na modelu z močno poudarjeno gručavostjo in na modelu s pravilno pravokotno razmestitvijo dreves, to domnevo potrjuje.

Oglejmo si rezultate preizkusa, ki je bil opravljen pri gostoti 683 dreves na ha. To gostoto smo pri modelih izbrali zato, da smo lahko izvedli še nekatere druge primerjave z rezultati, dobljenimi iz dejanskega sestoja (Pokljuka), ki je imel enako gostoto. V preglednici 2 so za primerjavo podane še vrednosti razmikov, ki so bili dobljeni iz modela sestoja z naključno razmestitvijo dreves.

Preglednica 2: Povprečni razmiki r_k glede na obliko in način razmestitve dreves ($N/ha=683$)

Table 2: Mean values r_k by booth distance methods at $N/ha=683$, according to the spatial pattern of trees (cluster, regular, random)

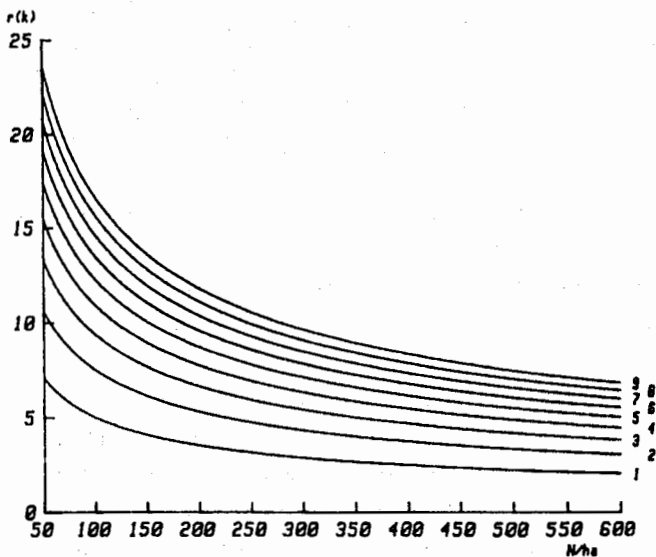
Razmestitev dreves						
Razmik	a) gručasta		b) pravokotna		c) naključna	
(k)	(0-d)	(d-d)	(0-d)	(d-d)	(0-d)	(d-d)
1	3.768	0.581	1.469	3.640	1.936	1.910
2	4.302	0.962	2.672	3.700	2.869	2.854
3	4.695	1.353	3.487	3.979	3.588	3.574
4	5.075	1.766	3.906	4.000	4.189	4.181
5	5.445	2.218	4.739	5.393	4.710	4.708
6	5.787	2.788	5.013	5.402	5.183	5.181
7	6.161	3.425	5.439	5.440	5.610	5.619
8	6.540	4.122	5.919	5.449	6.010	6.021
9	6.943	4.938	6.294	7.300	6.389	6.400
n	9172	8582	9196	8050	12760	12026

Vrednosti pod a in b so dobljene iz modelnih sestojev s površino 15 ha, vrednosti pod c pa iz sestoja s površino 20 ha. Števila pod črto (n) so števila naključno izbranih centrov znotraj okvira izbora (pri varianti točka-drevo) oziroma števila dreves znotraj tega okvira (pri varianti drevo-drevo).

Z analizo povprečij iz preglednice 2 je mogoče priti do nekaterih sklepov. Prvič, res je, da so pri naključni razmestitvi dreves povprečni razmiki do k-tega drevesa enaki pri obeh variantah. Enaki so tudi razmikom, ki bi jih dobili po Thompsonovi enačbi. Od tod bi lahko sklepali, da je enačba pravilna. Drugič, pri gručasti razmestitvi dreves so povprečni razmiki pri varianti drevo - drevo veliko manjši od razmikov iz variante točka - drevo in so tudi veliko manjši od razmikov, ki jih dobimo pri naključni razmestitvi dreves. Razmiki pri varianti točka - drevo so na začetku veliko večji od razmikov pri naključni razmestitvi, kasneje, pri višjih vrednostih k, pa se razlika zmanjšuje, kar pomeni, da pojema vpliv gručavosti. Kako daleč sega vpliv gručavosti, je odvisno od velikosti gruč. Tretjič, rezultati simulacije na modelu s pravokotno razmestitvijo dreves potrjujejo prejšnjo domnevo, da so začetni razmiki pri varianti točka-drevo veliko manjši od razmikov pri varianti drevo - drevo (tu je prvi razmik enak manjši stranici

pravokotnika). Zanimivo je še to, da se razmiki pri varianti točka-drevo s povečevanjem k približujejo vrednostim razmikov pri naključni razmestitvi dreves. To velja tudi za drugačne oblike razmestitve, kajti pri neki dovolj veliki oddaljenosti (dovolj veliki vrednosti k) bi se razmiki r_k , ne glede na obliko in način razmestitve, med seboj izenačili. Edino za pravilno razmestitev dreves to povsem ne drži, kajti tu je lahko nekaj povprečnih razmikov enakih, tako da se povečujejo stopničasto.

Na sliki 2 so prikazane teoretične velikosti razmikov pri naključni razmestitvi enot glede na gostoto sestoja (N/ha) in glede na zaporedno številko razmika. Ta graf je dan kot pripomoček pri morebitnih grobih primerjavah, kadar nam natančne vrednosti razmikov niso potrebne.



Slika 2: Krivulje povprečnih vrednosti razmikov r_k v odvisnosti od gostote sestoja

Figure 2: Mean distance values r_k for the Poisson forest according to the stand density (N/ha)

3. VARIANCA RAZMIKOV

Teoretično vrednost variance razmikov σ^2_{r1} , σ^2_{r2} , σ^2_{r3} , ..., σ^2_{rk} lahko izračunamo iz razmerja med kvadratično in aritmetično sredino. Velja

namreč, da je povprečje kvadratov enako vsoti variance in kvadrata povprečja:

$$\Sigma r^2/n = (\Sigma r/n)^2 + \sigma_r^2 \quad (3.1)$$

in

$$\sigma_r^2 = \Sigma r^2/n - (\Sigma r/n)^2 \quad (3.2)$$

Z upoštevanjem enačb (2.6) in (2.7) dobimo:

$$\sigma_{rk}^2 = k/\mu \cdot (1/\pi \cdot k \cdot ((2k)!)/(2^k \cdot k!)^2) \quad (3.3)$$

Enačbo (3.3) lahko poenostavimo, če upoštevamo, da je kvadrat aritmetične sredine mogoče podati kot a_k^2/μ (glej enačbo 2.6):

$$\sigma_{rk}^2 = 1/\mu \cdot (k/\pi \cdot a_k^2) \quad (3.4)$$

Varianco prvih razmikov σ_{r1}^2 lahko izračunamo tudi iz enačbe:

$$\pi(r_1^2 + \sigma_{r1}^2) = 4r_1^2 \quad (3.5)$$

in

$$\sigma_{r1}^2 = r_1^2(4/\pi - 1) \quad (3.6)$$

ali

$$\sigma_{r1}^2 = (4 - \pi)/(4\mu\pi) \quad (3.7)$$

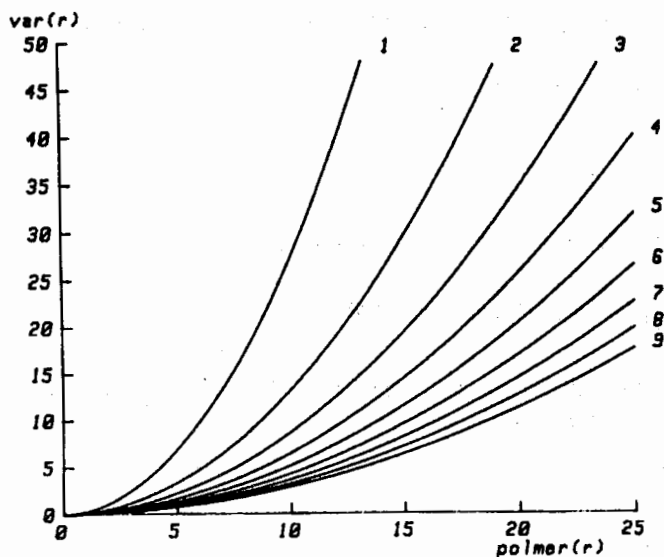
V enačbi (3.4) je varianca izražena v obliki razmerja do gostote (N/P). Lahko pa jo prikažemo tudi v obliki deleža od kvadrata povprečnega razmika r_k , če upoštevamo, da je

$$10000(a_k/r_k)^2 = 10000 \cdot k/(\pi(r_k^2 + \sigma_{rk}^2))$$

Od tod dobimo varianco kot:

$$\sigma_{rk}^2 = r_k^2 \cdot (k/(\pi a_k^2) - 1) \quad (3.8)$$

Po enačbi (3.8) izračunane vrednosti variance zaporednih razmikov glede na velikost razmika so prikazane grafično na sliki 3.



Slika 3: Variance zaporednih razmikov ($\sigma^2_{r_k}$) glede na velikost razmika r_k
 Figure 3: The ratio between r_k and σ^2_r in the Poisson forest

Če upoštevamo, da je $\mu = N/10000$ in če v enačbah (3.4) in (3.8) izračunamo vrednost konstante po razmikih, dobimo za posamezne razmike (k) vrednosti, ki so navedene v preglednici 3.

Preglednica 3: Teoretične vrednosti variance glede na gostoto N in razmik r_k
 Table 3: Theoretical values of the σ^2_r , according to the stand density (N/ha) and r_k

k	Varianca r_k (3.4)	Varianca r_k (3.8)	Koef. var ($100\sigma/r$)
1	683.0988/N	$0.2732395 \cdot r_1^2$	52.3
2	741.1975/N	$0.1317685 \cdot r_2^2$	36.3
3	760.2340/N	$0.0864978 \cdot r_3^2$	29.4
4	769.5043/N	$0.0643243 \cdot r_4^2$	25.4
5	774.9605/N	$0.0511837 \cdot r_5^2$	22.6
6	778.5476/N	$0.0424966 \cdot r_6^2$	20.6
7	781.0831/N	$0.0363280 \cdot r_7^2$	19.1
8	782.9714/N	$0.0317223 \cdot r_8^2$	17.8
9	784.4281/N	$0.0281528 \cdot r_9^2$	16.8

Iz preglednice 3 je razvidno, da je varianca pri prvem razmiku nekoliko nižja kot pri preostalih. Druga značilnost je, da se od razmika do razmika rahlo povečuje. Delež variance od kvadrata razmika pa se od razmika do razmika zmanjšuje, kar najbolj nazorno kaže koeficient variacije. Z vidika praktične uporabe je pomembno še to, da se variabilnost od 6. razmika naprej le počasi zmanjšuje. Teoretična vrednost koeficienta variacije je odvisna samo od zaporednega razmika.

Iz dane preglednice 3 in enačbe (3.4) lahko nadalje ugotovimo, da se varianca z gostoto enot zmanjšuje. Torej je tu razmerje med povprečno gostoto in varianco drugačen kot pri Poissonovi porazdelitvi površinic z 0, 1, 2, 3, ... n enotami. Tu je varianca števila enot po površinah enaka povprečni gostoti enot. Razmerje med varianco in povprečjem je tako mera za presojo o načinu in obliki razmestitve enot. Če je varianca večja od povprečja, je porazdelitev gručasta, v nasprotnem primeru pa enakomerna, ne v enem in ne v drugem primeru pa ni naključna. Poseben problem pri odkrivanju oblike je izbira prave velikosti površine, kajti od tega je odvisna tako porazdelitev površinic kot tudi velikost variance. Glede na to, da je varianca razmikov pri majhni gostoti večja od aritmetične sredine razmikov, pri visoki gostoti pa manjša, bi bilo zanimivo izračunati, pri kakšni gostoti oziroma pri kolikšnem številu dreves na hektar sta varianca in sredina enaki. Enaki sta takrat, kadar je

$$a_k/\sqrt{\mu} = 1/\mu \cdot (k/\pi \cdot a^2 k) \quad (3.9)$$

Če iz te enačbe izrazimo gostoto μ ($\mu = N/10000$) oziroma število enot na hektar, dobimo:

$$N = 10000((2^k \cdot k!)^2 \cdot (1/\pi \cdot a^2 k)/(2k!))^2 \quad (3.10)$$

Z izračunom N po tej enačbi dobimo za posamezne razmike naslednje vrednosti:

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N	186.6	97.7	65.8	49.5	39.7	33.1	28.4	4.8	22.1

Izenačenje pri $k=1$ lahko izračunamo tudi iz enačb (3.7) in (3.8):

$$N_{(k=1)} = 2500(4/\pi-1)^2 \quad (3.11)$$

V preglednici 4 so rezultati preizkusa, ki smo ga opravili na modelih Poissonovega gozda s površino 20 ha po varianti točka - drevo. Število vzorcev - število naključno izbranih točk ali centrov (n) je bilo enako številu dreves znotraj okvira izbora (širina roba je variirala v odvisnosti od gostote sestoja). Preizkus smo izvedli zato, da bi preverili veljavnost enačbe (3.10) in ugotovili, v kolikšni meri so dobljene vrednosti lahko skladne s pričakovanimi.

Preglednica 4: Preizkus koincidence povprečja in variance ($r_k = \sigma_r^2$) na modelih gozda

Table 4: The test of the coincidence between r_k and σ_r^2 ($r_k = \sigma_r^2$) on the model of Poisson forest

k	N	N/ha	n	r_k	σ_r^2
1	3733	187	3385	3.711	3.777
2	1953	98	1685	7.718	7.941
3	1315	66	1073	11.374	11.184
4	990	50	737	15.735	15.500
5	793	40	554	19.158	17.412
6	662	33	424	23.895	23.379
7	568	28	357	29.119	27.823
8	497	25	284	32.177	33.485
9	442	22	220	35.708	28.771

Dobljene vrednosti se dobro ujemajo s teoretičnimi, zlasti pri večji gostoti. Pri majhni gostoti je zaradi večje variabilnosti ravnotežje bolj labilno. Sicer pa dobimo pri vsakem ponovnem preizkusu nekoliko drugačne rezultate, kar je spričo naključnega izbora centrov povsem logično. Pri ponovljenih poskusih smo namreč dobili enkrat večjo skladnost pri enem, drugič pa pri nekem drugem razmiku.

Zastavlja se vprašanje, kakšne so vrednosti variance razmikov pri že obravnavanih treh različnih oblikah razmestitve dreves? Odgovor na to vprašanje bomo skušali poiskati iz rezultatov že omenjene simulacije na

modelnih sestojih, kajti hkrati z izračunom povprečnih razmikov smo izračunali tudi njihovo varianco.

Preglednica 5: Varianca razmikov (σ^2_{rk}) glede na obliko in način razmestitve dreves

Table 5: The σ^2_r of the r_k according to the spatial pattern of trees (cluster, regular, random) by booth distance methods (point-tree, tree-tree)

Razmik (k)	Razmestitev dreves					
	a) gručasta		b) pravokotna		c) naključna	
	(0-d)	(d-d)	(0-d)	(d-d)	(0-d)	(d-d)
1	4.947	0.489	0.307	0.002	1.039	0.999
2	5.428	1.087	0.155	0.000	1.100	1.084
3	5.798	1.986	0.133	0.002	1.138	1.115
4	6.163	2.916	0.143	0.000	1.157	1.123
5	6.509	3.985	0.152	0.002	1.157	1.139
6	6.812	5.329	0.112	0.001	1.168	1.136
7	7.042	6.228	0.087	0.000	1.154	1.137
8	7.146	6.701	0.061	0.000	1.151	1.148
9	7.212	6.248	0.070	0.000	1.164	1.162
n	9172	8582	9196	8050	12760	12026

Na nek način presenetljiva je zlasti velika varianca razmikov pri gručasti razmestitvi dreves in to pri obeh variantah. Z izjemo prvega razmika pri varianti drevo-drevo je povsod drugod večja od povprečnih razmikov (glej preglednico 2), čeprav bi pričakovali, da bo pri gostoti 683 dreves na hektar že veliko manjša od povprečja.

Variabilnost razmikov pri gručasti razmestitvi dreves je torej lahko veliko večja kot pri naključni razmestitvi. V našem primeru je šlo za primer pretirane gručavosti, zato je tudi variabilnost tako velika.

Varianca razmikov pri pravilni razmestitvi dreves je pri varianti točka - drevo majhna. Za razliko od drugih dveh oblik razmestitve se od prvega razmika naprej zmanjšuje. Varianca razmikov pri varianti drevo-drevo bi morala biti tu nič, drugačna vrednost je samo posledica zaokroževanja koordinat dreves.

4. METODA RAZMIKA V GOZDARSTVU

Metodo razmika v gozdarstvu bi lahko opredelili kot eno od številnih inventurnih metod. Razvita je bila z namenom, da bi z njo ocenjevali lesno zalogo sestojev na temelju ocene gostote ali pa temeljnice dreves.

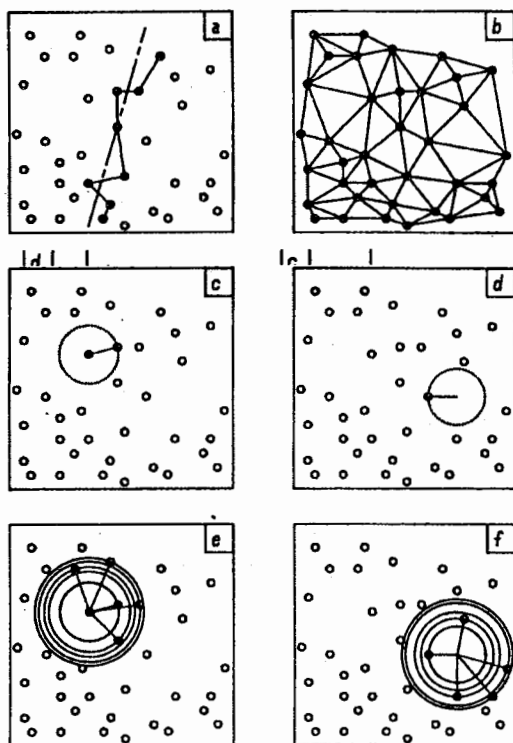
V gozdarstvu je že dolgo v rabi metoda prostorskega oziroma površinskega lociranja dreves. Zato ni čudno, da je v literaturi, ki obravnava oblike porazdelitve enot v populacijah, veliko primerov prav s področja gozdarstva. Vendar tega pred pojavom računalnikov ni bilo mogoče v celoti izkoristiti, saj je vsak preizkus zahteval veliko zamudnega računanja. Mogoče je tudi v tem vzrok, da so gozdarji pri obravnavi metode razmika izhajali iz drugačnih izhodišč, ki so bila včasih tudi teoretično dvomljiva.

V strokovni literaturi s področja gozdarstva in v praksi je znanih več različnih variant metode razmika. KORF (1972) jih uvršča v dve skupini (slika 4). V prvo skupino uvršča vse tiste načine, ki temeljijo na ugotavljanju prvega razmika - r_1 , pri čemer gre za:

- a) izmero razmikov med drevesi v liniji,
- b) izmero vseh razmikov med drevesi v obliki stranic trikotnikov,
- c) izmero razmikov od naključno izbranega drevesa do njegovega najbližjega soseda,
- d) izmero razmikov od naključno izbrane točke do najbližjega drevesa.

V drugo skupino uvršča Korf metode, ki temeljijo na korelaciji med povprečnim razmikom r in razmiki do k -tih dreves, pri čemer so razmiki merjeni:

- e) od naključno izbranega drevesa do k -tega soseda,
- f) od naključno izbrane točke do k -tega drevesa



Slika 4: Načini ugotavljanja gostote dreves na osnovi razmika r_1 in r_k
 Figure 4: Methods for estimating stand density on the distance basis
 (KORF 1972)

Podobno opredelitev najdemo tudi pri drugih avtorjih. Po dosedanjih izkušnjah naj bi bila prva skupina metod bolj prikladna za rabo na posnetkih iz zraka, druga pa za neposredno rabo v gozdu.

Za oceno števila dreves na enoto površine izhaja Korf iz osnovne enačbe za razmik $r = \sqrt{P/N}$ in od tod $N = P/r^2$, ki pa vsebuje na račun zaporedne številke razmika in oblike razmestitve dreves še koeficient f , ali:

$$N = P/r_k^2 \cdot f_k \quad (4.1)$$

in za število dreves na 1 ha:

$$N = 10000/r_k^2 \cdot f_k = F_k/r_k^2 \quad (4.2)$$

Večina avtorjev je ugotavljala vrednost F za razmik r_2 pri varianti drevo - drevo, kar pomeni, da so ugotavljali povprečni razmik od centralnega drevesa do njegovega drugega najbližjega soseda. Vrednosti konstante F so prikazane v preglednici 7 za vsakega avtorja posebej. HAUSBURG (1962) je dobil pri $r_3=4.5$ m vrednost $F=10854$. Pri tem polmeru naj bi bila vrednost F najvišja, za kar pa, kot bomo videli kasneje, ni pravega razloga.

Priesol, ki ga navaja Korf med drugimi avtorji, definira srednji razmik kot aritmetično sredino stranic mnogokotnika, ki tvorijo najkrajše razdalje do sosednjih dreves. S poizkusi je bilo ugotovljeno, da je tako dobljeni srednji razmik zelo blizu teoretičnemu trikotnemu razmiku. Med razmikom r_3 in povprečnim razmikom pri trikotni razmestitvi dreves naj bi obstajala zelo tesna korelacija in sicer 0.992.

To pomeni, da je mogoče oceniti povprečni razmik pri trikotni razmestitvi kar na temelju vrednosti r_3 . Po Priesolu naj bi za število dreves na 1 ha veljala enačba:

$$N = 11554/r_3^{1.99885} \quad (4.3)$$

Oglejmo si, kaj bi dobili, če bi upoštevali pri izračunu števila dreves Thompsonovo enačbo $N=(100*a_k/r_k)^2$ za r_3 :

$$N = (100*0.9375/r_3)^2 = 8789/r_3^2 \quad (4.4)$$

Razlika v velikosti konstante med enačbo (4.3) in enačbo (4.4) je očitna. Še bolj nazorno se kaže v preglednici 6, kjer je izračunano število dreves (varianta drevo - drevo) po eni in drugi enačbi pri različnih velikostih r_3 .

Preglednica 6: Število dreves (N/ha) na temelju velikosti r_3
Table 6: Stand density estimates (N/ha) according to the values of r_3

Avtor	Razmik r_3 (m)			
	2	4	6	8
Priesol (4.3)	2891	723	322	181
Thompson (4.4)	2197	549	244	137

Ob tako velikih razlikah se zastavlja vprašanje, katera od enačb je prava? V nadaljevanju bomo skušali na to odgovoriti, na tem mestu pa naj povemo samo to, da ima Priesolova enačba pozitivno sistematično napako, medtem ko daje Thompsonova enačba pri nenaključno enakomerni razmestitvi dreves, po varianti drevo - drevo, nekoliko prenizke ocene. To je razvidno tudi iz preglednice 7, v kateri je izračunana gostota na osnovi r_2 .

Preglednica 7: Število dreves (N/ha) na temelju razmika r_2 (varianta d-d)
Table 7: Stand density estimates on the basis of r_2 with tree-tree distance sampling method

Avtor	F	Razmik r_2 (m)			
		2	4	6	8
Bauersachs	8500	2125	531	236	133
Kohler	8464	2116	530	235	132
Weck	7885	1971	493	219	123
Essed	8200	2050	513	228	128
Stohr	7960	1990	498	221	124
Thompson	5625	1406	352	156	88

Oglejmo si še rezultate preizkusa ocenjevanja gostote na posnetkih sestojev, ki so prikazani v preglednici 8. Gostota teh sestojev je bila zelo različna, od 389 do 4995 dreves na hektar.

Preglednica 8: Ocene števila dreves na posnetkih gozdov z različno gostoto po varianti drevo-drevo

Table 8: The stand density estimates by some authors on the true data from measured stands according to the value of r_2 (tree-tree distance method)

Sestoj	N/ha	r_2 (m)	n	Ocena gostote (N/ha)			
				Bauer-sachs	Weck	Thompson r_2 r_6	
B. reber 16	389	4.252	6805	470	436	311	371
B. reber 17c	648	3.171	5516	845	784	559	617
Pokljuka 53e	683	2.954	12081	974	904	645	657
B. reber 17d	688	3.003	6030	943	874	624	671
Sremska M. b	1055	2.501	11133	1359	1260	899	991
B. reber 17a	1348	2.107	11882	1915	1776	1267	1277
B. reber 17b	1432	2.020	10026	2083	1932	1379	1399
Sremska M. a	4995	1.170	9734	7424	6887	4111	4774

Sestoj Pokljuka je sestoj smreke, sestoji z Brezove rebri so sestoji bukve, sestoj iz Sremske Mitrovice pa je sestoj hrasta doba, posnet dvakrat, v presledku 15 let. Drugih značilnosti teh sestojev tu ne bomo navajali, ker za prikazano primerjavo ocen niso pomembne. n je število vzorcev - število dreves znotraj okvira izbora.

V preglednici 8 so ob Thompsonu izračunane gostote samo še po Bauersachsu in Wecku, ki imata največjo oziroma najmanjšo vrednost konstante. Ocene gostote po ostalih avtorjih (iz preglednice 7) bi bile nekatere vmes, zato za primerjavo niso toliko zanimive.

Iz dobljenih rezultatov je mogoče ugotoviti več zanimivih dejstev. Prvič, po Bauersachsu in po Wecku dobimo previsoko oceno gostote. Odstotek napake variira od sestoja do sestoja, vendar ne v odvisnosti od gostote, ampak verjetno v odvisnosti od stopnje razlike med dejansko in naključno razmestitvijo dreves. Drugič, Thompsonova enačba daje pri varianti drevo - drevo prenizke ocene, vendar je razlika manjša kot pri drugih avtorjih. Tretjič, s primerjavo ocen, dobljenih na temelju r_2 in r_6 , je mogoče z gotovostjo trditi, da je ocenjevanje gostote na temelju povprečnih razmikov

do najbližjih sosedov (r^2 , r^3 , ...) v pogojih nenaključne razmestitve dreves nezanesljivo.

KRAMER (1982) navaja za število dreves splošno enačbo v obliki

$$N = P/a^2 \quad (4.5)$$

P v tej enačbi je površina 1 ha, medtem ko je a povprečna razdalja od točke do k -tega drevesa ali pa povprečna razdalja od drevesa do njegovega k -tega soseda. Glede na to sta navedeni dve enačbi za izračun a za k -to povprečno razdaljo in sicer:

a) varianta točka - drevo:

$$a^2 = \pi r^2 k / (k - 0.5) \quad (4.6)$$

b) varianta drevo - drevo

$$a^2 = \pi r^2 k / (k + 0.5) \quad (4.7)$$

Veljavnost teh enačb smo preizkusili na posnetku dejanskega sestoja z gostoto $N/ha=683$ (Pokljuka) in na modelu Poissonovega gozda z enako gostoto. Rezultati preizkusa so razvidni iz preglednice 9.

Preglednica 9: Ocena gostote po enačbi (4.5) za sestoj Pokljuka in za Poissonov gozd ($N/ha=683$)

Table 9: The stand density estimation (N/ha) by equation (4.5) for the true (Pokljuka) and Poisson forest (a: point-tree, b: tree-tree distance method)

Razmik		Pokljuka			Poisson		
k	varianta	r_k	σ^2_{rk}	N	r_k	σ^2_{rk}	N
1	a	1.863	0.959	459	1.936	1.039	425
	b	1.974	0.829	1225	1.910	0.999	1309
2	a	2.817	0.995	602	2.869	1.100	580
	b	2.954	0.749	912	2.854	1.084	977
3	a	3.543	0.969	634	3.588	1.138	618
	b	3.685	0.766	820	3.574	1.115	872
4	a	4.143	0.951	649	4.189	1.157	635
	b	4.243	0.737	796	4.181	1.123	819
5	a	4.671	0.930	657	4.710	1.157	646
	b	4.788	0.784	764	4.708	1.139	790
6	a	5.156	0.915	659	5.183	1.168	652
	b	5.281	0.773	742	5.181	1.136	771
7	a	5.597	0.892	660	5.610	1.154	657
	b	5.715	0.853	731	5.619	1.137	756
8	a	6.010	0.905	661	6.010	1.151	661
	b	6.124	0.841	721	6.021	1.148	746
9	a	6.382	0.922	664	6.389	1.164	663
	b	6.493	0.904	717	6.400	1.162	738

Po prvi varianti dobimo prenizko, po drugi pa previsoko oceno. V pogojih naključne razmestitve dreves navedeni enačbi ne dajeta pravilnih ocen gostote, iz česar lahko sklepamo, da teoretično nista veljavni. Pač pa dobimo točno oceno gostote, če namesto aritmetične sredine uporabimo kvadratično sredino in namesto $k \pm 0.5$ dreves v obeh primerih k dreves ali:

$$a^2 = \pi \cdot (r_k^2 + \sigma^2_{rk}) / k \quad (4.8)$$

Če po tej enačbi izračunamo gostoto pri $k=6$ za varianto drevo-drevo na modelu Poissonovega gozda ($r=5.181$ in $\sigma^2=1.136$), dobimo vrednost $N=683$. Ocena gostote je torej enaka dejanski gostoti, kar pa ni nič nenavadnega,

saj je to v bistvu enačba (2.13), ki daje, vsaj za Poissonov gozd, pravilno oceno gostote.

KOHLER (1951) je za izračun gostote uporabil povprečje dveh razmikov in sicer razmik do drugega in razmik do tretjega drevesa pri metodi drevo - drevo. Število dreves na 1 ha naj bi bilo potem:

$$N = 10000/r^2 \quad (4.9)$$

$$(r = (\sum r_2/n + \sum r_3/n)/2)$$

Preizkusimo še to enačbo na podatkih iz Poissonovega gozda z gostoto 683 dreves na 1 ha:

Poisson, varianta drevo - drevo:

$$r_2 = 2.854 \quad (N/ha = 691)$$

$$r_3 = 3.574 \quad (N/ha = 688)$$

$$r = (r_2 + r_3)/2 = 3.214$$

in

$$N = 10000/r^2 = (100/3.214)^2 = 968$$

Ocena je previsoka, kar kaže, da tudi ta enačba v pogojih naključne razmestitve enot ne daje pravih ocen. Poglejmo, kaj bi dobili, če bi tudi tu uporabili enačbo (2.13) in upoštevali povprečje kvadratov obeh razmikov:

$$\sigma^2_{r_2} = 1.084, \quad (2.854^2 + 1.084) = 9.229$$

$$\sigma^2_{r_3} = 1.115, \quad (3.574^2 + 1.115) = 13.888, \quad \text{in}$$

$$r^2 = (r_2^2 + \sigma^2_{r_2} + r_3^2 + \sigma^2_{r_3})/2 = 11.5585$$

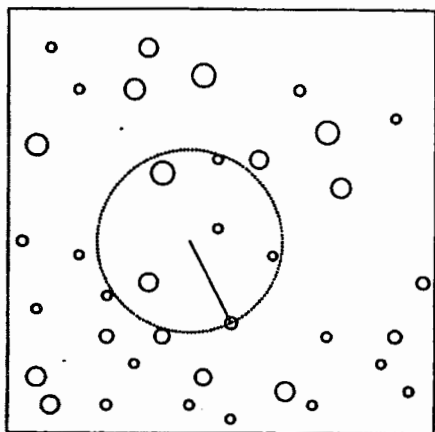
$$N = 10000 \cdot (2+3)/2 / (\pi r^2) = 25000 / (\pi \cdot 11.5585) = 688$$

Ta ocena se le malo razlikuje od dejanske gostote. Je nekoliko previsoka, to pa zato, ker sta že individualni oceni nekoliko previsoki. Kaže, da je treba pri uporabi povprečja dveh razmikov jemati povprečje kvadratov razmikov in ne povprečja linearnih vrednosti.

5. METODA 6 DREVES

Metoda 6 dreves je metoda izbranega števila dreves (v splošnem metoda k dreves). Razvil jo je Prodan (1968) kot metodo za hitro in enostavno ocenjevanje temeljnice sestojev.

Osnova za oceno temeljnice na posameznem stojišču je polmer kroga, ki je določen z razmikom od središča do šestega - središču najbolj oddaljenega drevesa (slika 5).



Slika 5: Metoda 6 dreves

Figure 5: The six trees sample method

Znotraj tega kroga s polmerom r_6 naj bi bilo $5+0.5$ dreves oziroma njihovih temeljnic. Oceno temeljnice na 1 ha pa dobimo potem kot:

$$\begin{aligned}
 G &= 10000/(\pi r_6^2) \cdot (d_1^2 \pi/4 + \dots + 0.5 d_6^2 \pi/4) = \\
 &= 2500 \cdot (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 + (d_6/2)^2) = \\
 &= 2500 \cdot \Sigma d^2 / r_6^2
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Oceno za povprečno temeljnico dreves dobimo kot povprečje posameznih ocen:

$$G = (G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n) / n \quad (5.2)$$

Če bi po tej metodi ocenjevali namesto temeljnice število dreves na 1 ha, bi dobili enačbo:

$$\begin{aligned} N &= (N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_n) / n = \\ &= (55000 / (\pi r_6^2)_1 + 55000 / (\pi r_6^2)_2 + 55000 / (\pi r_6^2)_3 + \dots \\ &+ 55000 / (\pi r_6^2)_n) / n = 55000 / (n\pi) \cdot \Sigma(1/r_6^2)_i \end{aligned} \quad (5.3)$$

Če si sedaj ogledamo Eberhardtovo enačbo (2.8) oziroma enačbo (2.16), zlahka ugotovimo, da je enačba (5.3) drugačna samo v tem, da računa s $(k-0.5)$ dreves in ne s $(k-1)$, kar pri metodi 6 dreves pomeni 5.5 namesto 5 dreves. Enaka je tudi enačbi, ki jo navaja HIRNER (1978), namreč:

$$N = \Sigma(55000 / (\pi r_6^2))_i / n \quad (5.4)$$

Z upoštevanjem Eberhardtove enačbe (2.16) bi bila enačba za oceno povprečnega števila dreves na 1 ha pri metodi 6 dreves takale:

$$N = 50000 / \pi \cdot \Sigma(1/r_6^2)_i / n = 15915 \cdot \Sigma(1/r_6^2)_i / n \quad (5.5)$$

in po Prodanu (Hirnerju):

$$N = 55000 / \pi \cdot \Sigma(1/r_6^2)_i / n = 17507 \cdot \Sigma(1/r_6^2)_i / n \quad (5.6)$$

Eberhardtovo in Prodanovo enačbo smo preizkusili na modelih Poissonovega gozda in na posnetkih dejanskih sestojev po varianti točka - drevo pri različni gostoti dreves. Gre za iste sestoje, kot so v preglednici 8, s tem da je ponekod dodan še modelni - Poissonov gozd.

Iz rezultatov preizkusa v preglednici 10 je mogoče sklepati, da daje Eberhardtova enačba v primerjavi s Prodanovo boljše ocene. Pri izračunu števila dreves po metodi 6 dreves bi morali upoštevati 5 in ne 5.5 dreves.

Metoda v dosedANJI verziji ima pozitivno sistematično napako, ki znaša v Poissonovem gozdu $100 \cdot 5.5/5 = 11\%$, medtem ko je ta napaka v sestojih z nenaključno razmestitvijo dreves manjša. Nasprotno pa dobimo po Eberhardtu pri naključni razmestitvi pravilne, pri nenaključni pa nekoliko prenizke ocene.

Preglednica 10: Ocene števila dreves po Prodanu in po Eberhardtu (točka-drevo, $k=6$)

Table 10: The stand density estimations by the point-tree distance method on the basis of r_6 ($k=6$)

Sestoj	N/ha	Ocena N/ha			
		Prodan		Eberhardt	
		(k-0.5)	dif %	(k-1)	dif %
B. reber 16	389	410	+ 6.2	373	- 4.1
B. reber 17c	648	688	+ 6.2	625	- 3.5
Pokljuka 53e	683	732	+ 7.2	665	- 2.6
Poisson	683	750	+ 9.8	682	- 0.1
B. reber 17d	688	746	+ 8.4	678	- 1.5
Sremska M. b	1055	1130	+ 7.1	1027	- 2.7
B. reber 17a	1348	1452	+ 7.7	1320	- 2.1
Poisson	1348	1488	+10.4	1353	+ 0.4
B. reber 17b	1432	1556	+ 8.7	1415	- 1.2
Sremska M. a	4995	5337	+ 6.8	4852	- 2.9
Poisson	4995	5476	+ 9.6	4978	- 0.3

Razlika med oceno in pravo vrednostjo je tem večja, čim bolj ima sestoj pravilno razmestitev dreves. To bi lahko sklepali iz rezultatov preizkusa na modelu s pravilno (pravokotno) razmestitvijo, ki so prikazani v preglednici 11. Za primerjavo so tu prikazani še rezultati ocenjevanja na modelu z močno poudarjeno gručasto razmestitvijo dreves. Gre za dve povsem nasprotni obliki razmestitve, zato so rezultati še toliko bolj zanimivi.

Preglednica 11: Ocene števila dreves po Eberhardt v modelnih sestojih z ekstremno različno razmestitvijo dreves ($N/ha=683$)

Table 11: The stand density estimations ($N/ha=683$) by Eberhardt on the models of two opposite nonrandom spatial patterns (regular, cluster)

Razmik k	Oblika razmestitve			
	pravokotna (mreža)		gručasta	
	N/ha	dif %	N/ha	dif %
2	476	- 30.3	967	+ 41.6
3	542	- 20.6	1127	+ 65.0
4	646	- 5.4	1192	+ 74.5
5	578	- 15.4	1181	+ 72.9
6	642	- 6.0	1175	+ 72.0
7	651	- 4.7	1127	+ 65.0
8	639	- 6.4	1062	+ 55.5
9	646	- 5.4	974	+ 42.6

Razlike med ocenjenim in dejanskim številom dreves so velike. Bolj kot sama velikost razlik pa je zanimivo to, da je pri pravilni razmestitvi dreves napaka v oceni negativna in da se od razmika do razmika naglo zmanjšuje, medtem ko je pri gručasti razmestitvi pozitivna in se do razmika, ki bi bil za prakso še zanimiv, ne zmanjša. Glede na to bi lahko sklepali, da metoda izbranega števila dreves v primeru gručaste razmestitve dreves ne pride v poštev.

Po rezultatih, navedenih v preglednici 11, bi lahko sklepali, da je razmestitev dreves v sestojih iz preglednice 10 nekje vmes med naključno in enakomerno.

Če ob tem upoštevamo še dejstvo, da povsem pravilnih oblik razmestitve v naravnih sestojih ni, potem bi morala biti napaka ocene po Eberhardtovi enačbi za $k=6$ v povprečju manjša od -6 %.

Pri gručasti razmestitvi dreves tudi enačba $N=10000.k/(\pi(r_k^2+\sigma_{rk}^2))$ ne daje dobrih ocen. Zaradi velike variabilnosti razmikov je vsota $r_k^2+\sigma_{rk}^2$ prevelika, ocena pa zato prenizka.

Hirner in Kramer navajata za oceno povprečnega števila dreves na osnovi r_6 enačbo:

$$N = 55000/\pi \cdot \Sigma r_6^2/n \quad (5.7)$$

Po tej enačbi bi dobili točno oceno gostote, če bi namesto 5+0.5 dreves upoštevali 6 dreves. Uporablja namreč kvadratično sredino, za katero smo že prej ugotovili, da je njena uporaba pravilna. Dejansko gre tu za tehtano aritmetično sredino, v kateri so uteži kvadrati polmerov do 6. drevesa.

Za oceno temeljnice po tej metodi je v enačbi (5.1) upoštevana temeljnica 5+0.5 dreves. Glede na ugotovitev, da je treba pri oceni števila dreves jemati 5 dreves, bi morali analogno tudi pri oceni temeljnice jemati samo temeljnico 5 dreves. Vendar je bilo treba pravilnost te domneve preveriti, prav tako tudi veljavnost enačbe za izračun povprečne temeljnice na 1 ha:

$$G = 2500 \cdot \Sigma (\Sigma d_{ij}^2 / r_6^2) / n \quad (5.8)$$

Rezultati preizkusa so prikazani v preglednici 12. Preizkus je bil izveden na podatkih sestoja Pokljuka. Teoretično veljavnost enačbe (5.8) pa smo preizkusili še na modelu Poissonovega gozda, ki smo mu dodelili enako strukturo dreves po premerih, kot jih je imel sestoj Pokljuka. V preglednici so poleg temeljnic prikazane še ocene števila dreves, da bi lahko ugotavljali morebitno zvezo med natančnostjo ocene temeljnice in natančnostjo ocene števila dreves.

Preglednica 12: Ocena temeljnice (G/ha) po enačbi (5.8) (N/ha=683, G/ha=56.5 m²)

Table 12: The estimation of basal area (G/ha) for the true value 56.5 m² by equation (5.8)

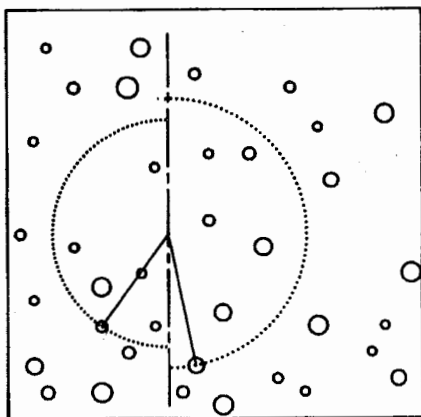
Sestoj	Razmik (k)							
	2	3	4	5	6	7	8	9
Pokljuka								
N/ha	649	664	670	669	672	673	677	679
G/ha	53.9	55.1	55.4	55.5	55.6	55.7	56.0	56.3
Poisson								
N/ha	677	683	679	679	676	677	684	681
G/ha	54.4	55.8	55.6	55.9	55.8	55.8	56.3	56.2

Ocene so v splošnem nekoliko prenizke, vendar smo pri ponovitvah poskusa dobili tudi previsoke, tako da je mogoče trditi, da daje enačba (5.8) dobre ocene gostote in da nima sistematične napake.

S primerjavo ocen za število dreves in temeljnico pa lahko ugotovimo, da ob dobri oceni števila tudi ocena temeljnice ne more biti slaba.

6. METODA 2x6 DREVES

Metodo 2x6 dreves je razvil HOČEVAR (1984) kot alternativno metodo prej opisani metodi 6 dreves, ki je dajala previsoke ocene, zlasti pri gručasti razmestitvi dreves.



Slika 6: Metoda 2x6 dreves

Figure 6: The two six trees sample method

Pri metodi 2x6 dreves gre za izbor 2x6 dreves na dveh polkrožnih ploskvah z istim centrom. Polmera ploskev sta določena z razdaljo od centra do mejnega, po oddaljenosti 6. drevesa. Za razliko od metode 6 dreves imamo tu dva vzorca - dve oceni za število dreves in za temeljnico.

Metode 2x6 dreves ni mogoče uvrstiti v nobeno od znanih variant metod razmika. Tu ni jasno, katero po vrsti bi bilo drevo, ki določa polmer polkroga, če bi namesto polkroga vzeli cel krog. Ta nejasnost velja za oba polkroga, le s to razliko, da za mejno drevo na manjšem polkrogu lahko trdimo, da po oddaljenosti ne more biti dlje kot 12., medtem ko za mejno drevo na večjem polkrogu še tega ne moremo trditi. Kljub tej navidezni

nejasnosti je metoda teoretično neoporečna, kar bomo skušali potrditi s konkretnimi primeri.

Za oceno temeljnice na 1 ha z varianto 2xk dreves naj bi veljala enačba:

$$G = (G_L + G_D) / 2 = 2500 \cdot (\sum d_{jL}^2 / r_{kL}^2 + \sum d_{jD}^2 / r_{kD}^2)$$

$$G_L = 10000 / (\pi r_{kL}^2 / 2) \cdot (\pi d_{1L}^2 / 4 + \dots + \pi d_{(k-1)L}^2 / 4) =$$

$$= 5000 / r_{kL}^2 \cdot \sum d_L^2 \quad (6.1)$$

in

$$G_D = 10000 / (\pi r_{kD}^2 / 2) \cdot ((\pi d_{1D}^2 / 4 + \dots + (\pi d_{(k-1)D}^2 / 4))) =$$

$$= 5000 / r_{kD}^2 \cdot \sum d_D^2 \quad (6.2)$$

in končno, za povprečno vrednost velja enačba:

$$G = 2500 / n \cdot \Sigma (\sum d_{iL}^2 / r_{iL}^2 + \sum d_{iD}^2 / r_{iD}^2) \quad (6.3)$$

Veljavnost navedenih enačb smo preizkusili na istih podatkih, kot veljavnost enačb za metodo 1xk dreves. Rezultati so podani v preglednici 13. Ocene se v glavnem skladajo z ocenami, dobljenimi po metodi 1xk dreves.

Preglednica 13: Ocene števila dreves in temeljnice po metodi 2xk dreves (N/ha=683, G=56.5 m²)

Table 13: The stand density and basal area estimations with the 2xk trees sample method

Sestoj	Razmik (k)							
	2	3	4	5	6	7	8	9
Pokljuka								
N/ha	661	655	657	667	668	669	671	672
G/ha	54.6	54.3	54.3	55.0	55.3	55.4	55.5	55.7
Poisson								
N/ha	682	677	682	679	682	685	683	682
G/ha	55.5	55.5	56.2	56.1	56.2	56.5	56.3	56.2

Pri izračunu števila dreves in temeljnice na 1 ha je bilo upoštevanih $2(k-1)$ dreves. Glede na zelo dobre ocene števila in temeljnice pri naključni razmestitvi dreves bi se dalo sklepati, da metoda 2xk dreves ob uporabi enačb (6.3) in (6.8) nima sistematične napake.

Analogno enačbi (6.3) bi tudi povprečno oceno gostote dreves na 1 ha na stojišču dobili kot povprečje ocen z obeh polkrogov:

$$\begin{aligned} N_L &= 10000 \cdot (k-1) / (\pi r_{kL}^2 / 2) = \\ &= 20000 \cdot (k-1) / (\pi r_{kL}^2) \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\begin{aligned} N_D &= 10000 \cdot (k-1) / (\pi r_{kD}^2 / 2) = \\ &= 20000 \cdot (k-1) / (\pi r_{kD}^2) \end{aligned} \quad (6.5)$$

$$\begin{aligned} N &= (N_L + N_D) / 2 = \\ &= 10000 \cdot (k-1) / \pi \cdot (1/r_{kL}^2 + 1/r_{kD}^2) \end{aligned} \quad (6.6)$$

Oceno gostote za sestoj dobimo kot povprečje vseh ocen:

$$N = 10000 \cdot (k-1) / (n\pi) \cdot \Sigma(1/r_{kL}^2 + 1/r_{kD}^2)_i \quad (6.7)$$

ali

$$N = 3183 \cdot (k-1) / n \cdot \Sigma(1/r_{kL}^2 + 1/r_{kD}^2)_i \quad (6.8)$$

Za metodo 2x6 dreves tako velja:

$$N = 50000 / (n\pi) \cdot \Sigma(1/r_{6L}^2 + 1/r_{6D}^2)_i \quad (6.9)$$

ali

$$N = 15915 / n \cdot \Sigma(1/r_{6L}^2 + 1/r_{6D}^2)_i \quad (6.10)$$

Ocena števila dreves po enačbi (6.9) je prikazana v preglednici 13. V pogojih naključne razmestitve dreves dobimo po tej enačbi pravilne ocene.

V literaturi (HOČEVAR 1984) je za oceno temeljnice dreves na 1 ha pri varianti 2x6 dreves navedena tudi tale enačba:

$$G_i = 2500/((r^2_{6_{iL}} + r^2_{6_{iD}})/2) \cdot (\Sigma d^2_{iL} + \Sigma d^2_{iD}) \quad (6.11)$$

kjer je

$$\Sigma d^2_{iL} = d^2_{1iL} + d^2_{2iL} + \dots + d^2_{5iL} + d^2_{6iL}/4$$

in

$$\Sigma d^2_{iD} = d^2_{1iD} + d^2_{2iD} + \dots + d^2_{5iD} + d^2_{6iD}/4$$

S preizkusom smo dobili po tej enačbi prenizke ocene temeljnice, kar je razvidno iz preglednice 14, in to kljub temu, da je v enačbi upoštevana temeljnica 5+0.5 dreves.

Preglednica 14: Ocena temeljnice (G/ha) po enačbi (6.11) (G/ha=56.5 m²)

Table 14: The basal area estimation by equation (6.11)

Sestoj	Razmik (k)							
	2	3	4	5	6	7	8	9
Pokljuka	39.5	46.8	49.2	50.9	52.0	52.5	53.1	53.6
Poisson	37.1	44.8	48.2	50.0	51.3	52.2	52.7	53.0

Razlike med ocenjeno in dejansko temeljnico so velike zlasti na začetku (pri k=2, 3, 4, ..), kasneje se zmanjšajo, tako da pri neki dovolj veliki vrednosti k najbrž povsem izginejo. Z vidika praktične uporabe pa to "zapoznelo" približevanje ni več pomembno, kajti zaradi težavnega določanja k-tega drevesa se moramo zadovoljiti z majhnim številom dreves, to je z nižjo vrednostjo k.

Analogno enačbi (6.11) za oceno temeljnice bi za oceno števila dreves na 1 ha po metodi 2x6 dreves dobili enačbo:

$$N = 110000/(\pi r^2_{6L} + \pi r^2_{6D})/2 \quad (6.12)$$

Preizkus na modelu Poissonovega gozda je pokazal, da daje ta enačba prenizke ocene in to kljub temu, da upošteva preveliko število dreves (11 namesto 10). Napaka enačbe je namreč v tem, da ne upošteva dveh ločenih vzorcev, temveč jemlje za površino vzorca povprečje površin obeh vzorcev. Tako je v tej enačbi upoštevano povprečje kvadratov polmerov namesto povprečja reciprokov kvadratov polmerov.

Glede na izide preizkušene metode izbranega števila dreves lahko sklepamo, da nobena od variant nima sistematične napake (biasa), če le upoštevamo prave enačbe in pravo število dreves. Pri naključni razmestitvi dreves dajeta obe varianti enako dobre ocene števila in temeljnice dreves. Kljub temu, da sta obe varianti enako dobri, pa ima metoda 2xk dreves prednost, ker nam daje, zaradi večjega števila dreves, zanesljivejšo oceno strukture sestoja po debelini in po drevesnih vrstah. Poleg tega pa je tu število vzorcev podvojeno, kar tudi vpliva na kakovost ocenjevanja, zlasti še v razmerah nenaključne razmestitve dreves, ki jo v gospodarjenih gozdovih srečujemo povsod.

Iz opravljenih preizkušenej je nadalje razvidno, da se zanesljivost ocen z zaporedim razmikom (k) povečuje, zlasti na začetku. Pri vrednosti $k < 4$ so ocene zaradi velike variabilnosti razmika (glej koeficient variacije v preglednici 3) nezanesljive. Sicer pa je ta ugotovitev že dolgo znana in v praksi upoštevana, posebno v novejšem času. Kolikor bolj se nek sestoj po razmestitvi dreves oddaljuje od naključne razmestitve, tem kasneje - pri višjih vrednostih k , dobimo dobre ocene števila in temeljnice. Ocene, dobljene na temelju prvih razmikov, so lahko povsem neuporabne. To še zlasti velja za ocene gostote iz gručaste razmestitve, kar potrjuje preizkus, prikazan v preglednici 15.

Preglednica 15: Ocene gostote ($N/ha=389$) iz gručaste razmestitve po varianti točka - drevo

Table 15: The stand density estimations ($N/ha=389$) by the non-random spatial pattern (cluster) with the poin - tree distance method

Razmik k	r_k		σ^2_{rk}		Thompson		M1k	M2k
	teor	dej	teor	dej	(2.12)	(2.13)	(2.16)	(6.7)
1	2.54	5.12	1.76	8.86	95	91	-	-
2	3.80	5.69	1.91	9.39	174	152	639	678
3	4.75	6.22	1.95	10.09	228	196	723	699
4	5.55	6.66	1.98	10.63	270	232	764	737
5	6.24	7.11	1.99	10.85	299	259	770	736
6	6.86	7.59	2.00	11.22	318	278	748	703
7	7.43	8.04	2.01	11.53	333	293	708	657
8	7.97	8.51	2.01	11.38	341	304	655	608
9	8.46	9.04	2.02	11.23	341	308	597	558

Razlike med dejanskim in teoretičnim razmikom so velike le pri začetnih razmikih, medtem ko so razlike med dejansko in teoretično varianco velike pri vseh razmikih.

Ocene po obeh Thompsonovih enačbah so prenizke, ocene po obeh metodah k dreves pa previsoke in za prakso povsem neuporabne.

7 POVZETEK IN SKLEPI

Metoda razmika je na področju dendrometrije že dolgo znana kot ena od inventurnih vzorčnih metod. V praksi ni tako razširjena kot nekatere druge metode, čeprav je njena uporaba enostavna in hitra. V preteklosti je bilo razvitih več različnih variant te metode, do danes pa so se obdržale samo nekatere od njih. Zanimivo je, da so se prve pojavile variante ocenjevanja števila dreves na osnovi povprečnih razmikov do prvih dveh ali treh najbližjih sosedov. Danes vemo, da so tako dobljene ocene nezanesljive, ker so najbolj odvisne od načina in oblike razmestitve dreves.

Ena od zanimivejših značilnosti v zvezi z razmiki pri naključni razmestitvi enot je razmerje med varianco in srednjo vrednostjo razmika. Razmerje med povprečnim razmikom in varianco razmika ni konstantno, ampak se spreminja z gostoto. Pri majhni gostoti je varianca veliko večja od povprečja, s povečevanjem gostote se zmanjšuje, nakar se pri neki določeni gostoti izenači s povprečjem, potem pa je njena vrednost manjša od povprečja. Koefficient variacije se od razmika do razmika zmanjšuje; sprva hitro, od 6. razmika naprej pa počasi.

Druga značilnost v zvezi z varianco razmikov je, da je varianca znotraj ene gostote skoraj enaka pri vseh zaporednih številkah razmikov. Izjema je samo 1. razmik, kjer je nekoliko nižja.

Pri nenaključni razmestitvi dreves je razmerje med razmikom in varianco odvisno od oblike razmestitve dreves. Kakšno je lahko to razmerje, je razvidno iz obravnavanih primerov. Prva razlika je že v povprečni velikosti 1. razmika pri varianti drevo - drevo. Zaradi velikih dimenzij dreves je varaibilnost prvega razmika navzdol omejena, kar ima za posledico, da je povprečje prvih razmikov večje od pričakovanega. V Poissonovem gozdu, kjer so enote brez dimenzije, je varaibilnost prvega razmika navzdol neomejena. Drugi vzrok za razlike je vpliv gručaste razmestitve, ki se kaže v zmanjšanih razmikih do najbližjih sosedov, manjša od pričakovane pa je tudi varianca. Učinek enakomerne - mrežaste razmestitve dreves na prve razmike in na varianco pa je prav nasproten. Prvi razmiki so tu večji od pričakovanih, medtem ko je varianca razmikov majhna.

Stopnja ujemanja ocen z dejanskimi vrednostmi ni odvisna od gostote sestoja, temveč bolj od velikosti razlike med dejansko in naključno razmestitvijo dreves. Kolikor bolj poudarjena je gručavost, toliko slabše ocene so. Stopnjo gručavosti ali stopnjo različnosti dejanske razmestitve dreves od naključne - Poissonove razmestitve bi se dalo ugotoviti s hkratnim snemanjem razdalj od izbranega stojišča do 1. in k-tega drevesa in s snemanjem razdalj od stojišču najbližjega drevesa do njegovega 1. in k-tega sosedu. Iz razmerja velikosti teh razmikov in njihovih varianc bi se verjetno dalo dobro opredeliti obliko razmestitve dreves in nato popraviti dobljene ocene. Seveda je to zgolj domneva, ki jo bo treba še preveriti na konkretnih primerih.

Enačbe, dobljene iz osnovne enačbe za Poissonovo porazdelitev, so temeljne enačbe in odpravljajo vse dosedanje nejasnosti v zvezi z razmikom kot mero za ocenjevanje gostote in temeljnice dreves. Zanimivo pa je, da večina avtorjev s področja gozdarstva teh enačb sploh ne omenja, če pa jih že, jih omenjajo nekako mimogrede, medtem ko namenjajo drugim, zvečine napačnim enačbam, veliko pozornosti. Sicer je res, da tudi te enačbe v pogojih nenaključne razmestitve dreves povsem ne držijo, vendar imajo, za razliko od drugih, trdno teoretično podlago.

V preteklosti je bilo veliko razprav o tem, katera srednja vrednost je za izračun povprečne ocene prava. Iz osnovnih treh enačb (2.6, 2.7, in 2.8) je jasno razvidno, da je treba pri uporabi enačbe (2.12) vzeti aritmetično sredino, pri uporabi enačbe (2.13) kvadratično sredino in pri uporabi enačbe (2.14) povprečje reciprokov kvadratov izbranega razmika. Ta enačba je tudi edina, po kateri je mogoče dobiti oceno povprečne gostote iz posameznih ocen, ($N=(N_1+N_2+N_3+ \dots +N_n)/n$), kajti pri preostalih dveh dobimo povprečno oceno le na temelju povprečnega razmika. V praksi je problem izbire prave srednje vrednosti povezan še s heterogenostjo sestojev, tako da je za dobro oceno potrebna tudi predhodna stratifikacija sestoja. Poseben problem, ki je pravzaprav vzrok za napake pri uporabi metode razmika, je problem števila dreves znotraj kroga z izbranim polmerom r . Prvič, mejno drevo, ki je v večini primerov upoštevano s polovično vrednostjo, je treba upoštevati bodisi v celoti (v enačbi 2.12 in 2.13), ali pa ga v celoti izpustiti (v enačbi 2.14). Dosedanje upoštevanje 0.5 mejnega drevesa nima nikakršne teoretične osnove. Ni v zvezi niti z obliko razmestitve niti z gostoto, ampak je samo proizvod napačnega sklepanja, da spada v ploskev vse tisto, kar je znotraj polmera kroga. S teoretične plati ta polovica drevesa ni toliko pomembna, ker se njegov vpliv od razmika do razmika zmanjšuje. Povsem drugače pa je pri praktični uporabi, kajti tu je učinek povsem konkreten. Pri metodi 6 dreves povzroča pozitivno sistematično napako, ki znaša v povprečju 11 % ($100*5.5/5$). Tu ne gre več za eno od nepristranskih cenilk gostote, kajti napaka ostaja, pa četudi število ocen večamo čez vse meje. Drugič, iz ugotovitve, da so v pogojih naključne razmestitve enot razmiki od točke do k -tega soseda enaki razmikom od drevesa do njegovega k -tega soseda, izhaja, da je gostota odvisna samo od povprečja k -tega razmika (če pri tem ne upoštevamo oblike razmestitve). Torej je popolnoma vseeno, če je v centru kroga drevo ali pa samo točka.

Varianti točka - drevo in drevo - drevo sta si torej povsem identični in morata imeti za izračun števila dreves isto enačbo. V pogojih naključne razmestitve enot in neomejenega variiranja razmikov dajeta enake rezultate. Pri nenaključni razmestitvi in večjih dimenzijah enot, kar ima za posledico omejitev variiranja razmikov navzdol, daje varianta drevo - drevo v splošnem prenizke ocene. Razlika je posebno očitna prav pri ocenah na temelju prvega razmika.

Varianta drevo - drevo je slaba tudi v primeru gručaste razmestitve dreves. Če je izbrano število dreves (k) manjše ali enako povprečnemu številu dreves v gruči, so povprečni polmeri $r(k)$ premajhni, ocena pa zato previsoka, v primeru izrazitejše gručavosti pa sploh neuporabna. Edini izhod v takšnih razmerah je povečanje števila dreves v vzorcu. Iz prikazanih preizkusov je razvidno, da so ocene pri višjih k -jih dobre tudi v primeru, da je razmestitev dreves gručasta. Drevesa v gruči so tesno skupaj, zato se jim medsebojne razdalje zmanjšajo, medtem ko ostanejo drevesa zunaj gruče na svojem mestu in obdržijo razdaljo do centralnega drevesa nespremenjeno. Skratka, na položaj teh dreves grupiranje ostalih dreves ne vpliva.

Uporaba metode razmika v pogojih gručaste razmestitve dreves je v splošnem tvegana, pa naj gre za varianto drevo - drevo ali pa za varianto točka - drevo. Po prvi dobimo previsoko, po drugi pa celo prenizko oceno, kajti v nasprotju z varianto drevo - drevo so povprečni razmiki pri varianti točka - drevo v primeru gručaste razmestitve večji kot pri naključni razmestitvi, kar ima za posledico prenizko oceno. Še večja je razlika pri varianci. Ta je pri gručasti razmestitvi zelo velika in od razmika do razmika celo narašča. Po Thompsonovi enačbi dobimo zato prenizke ocene. Za metodo $1xk$ in $2xk$ dreves to ne velja, tu so ocene pri obeh variantah previsoke. Vzrok za to so posamezne izredno visoke ocene v primerih, ko naletimo z vzorcem na gručo. Ocena iz tega vzorca, pa naj gre za število dreves ali za temeljnico, je lahko tako visoka, da je ni mogoče popraviti, četudi bi bile ocene iz ostalih vzorcev prenizke. Treba je namreč upoštevati, da pri metodi izbranega števila dreves nimamo praznih vzorcev, pa tudi ne ekstremno nizkih ocen, tako da so možnosti izravnave omejene. Če ob tem upoštevamo še dejstvo, da je število vzorcev običajno majhno (en do dva vzorca na ha), so pojavi pozitivnih napak metode razumljivi.

Drug vzrok za slabše ocene pri varianti drevo-drevo v dejanskem sestoju so po vsej verjetnosti luknje, ki so posledica izpada posameznih dreves. Učinek lukenj je pri varianti drevo - drevo večji kot pri varianti točka - drevo, kajti pri slednji se lahko zgodi, da je naključno izbrani center kroga nekje v luknji, s čimer se zmanjša povprečje prvih razmikov, medtem ko pri varianti drevo - drevo te možnosti ni.

Glede na prikazane ugotovitve bi bilo bolje, če bi v praksi uporabljali samo varianto točka - drevo. Ker ni toliko občutljiva na obliko razmestitve, bi bila uporabna tudi v sestojih z nakazano gručasto strukturo, posebno če upoštevamo, da je sestojev z izrazitejšo gručasto strukturo malo (v glavnem panjevski sestoji listavcev in sestoji na zgornji gozdni meji).

Pri metodi izbranega števila dreves bi morali razmisliti o izbiri večjega števila dreves, na primer 8 ali celo 10 dreves. V preteklosti smo se temu izogibali iz povsem praktičnega razloga - težavnega ugotavljanja k-tega drevesa. Danes, ko imamo na voljo nove pripomočke za merjenje polmerov (ultrazvočni daljinomer), bi se lažje odločili za metodo z večjim številom dreves in s ten dobili zanesljive ocene tudi tam, kjer je razmestitev dreves daleč od naključne.

Metoda razmika se ni tako razširila kot nekatere druge metode vzorčenja. Kljub temu menimo, da je za prakso še vedno zanimiva. S tem prispevkom smo skušali odpraviti nekatere dosedanje dvome glede njene teoretične veljavnosti in jo predstaviti kot metodo, s katero lahko dobimo, če jo uporabljamo pravilno, dobre ocene števila in temeljnice dreves. Kakšna pa je njena dejanska uporabnost v različnih sestojnih razmerah, bo treba šele ugotoviti. Rezultati, prikazani v tem prispevku, so še vedno nepopolni. Dobljeni so iz modelnih in iz enodobnih sestojev. Kakšne bi dobili iz prebiralnih in iz sestojev prehodnih oblik, bo treba šele ugotoviti z analizo novih primerov. Pri tem pa se ne bo mogoče izogniti teoretični obravnavi problema. Glede na dejstvo, da razmestitev dreves v nobenem primeru ni povsem enaka naključni razmestitvi, lahko sklepamo, da je tudi porazdelitev površinic z 0, 1, 2, ... n enotami tu drugačna od teoretične - Poissonove porazdelitve.

Na koncu še nekaj besed o smislu modeliranja in simulacije pri preverjanju veljavnosti in natančnosti vzorčnih metod. Razlogov za to je več. Prvič, računalnik nam omogoča, da izberemo poljubno število vzorcev, česar si na terenu ne moremo privoščiti. Drugič, vzorčenje te vrste je brez napak izvedbe, ki so pri terenskem delu vedno prisotne in ki lahko v precejšnji meri vplivajo na rezultate ocenjevanja ali preverjanja. Tretjič, če želimo izvesti primerjave med dejanskim in Poissonovim gozdom, druge možnosti mimo modeliranja in simulacije sploh nimamo. Metoda modeliranja in simulacije nam omogoča preverjanje veljavnosti teoretično postavljenih algoritmov v različnih razmerah. Seveda pa je treba imeti za to dobro osnovo - posnetke dejanskih sestojev, kajti brez tega opisano početje nima praktične vrednosti.

Pri računalniški preizkušnji metod na modelih in posnetkih dejanske razmestitve enot je koristno, da je potek posameznih faz grafično predstavljen. Na sliki je jasno vidna razmestitev točk, širina roba, lokacija naključno izbranih centrov in druge značilnosti poteka. Ne nazadnje lahko tako prej odkrijemo morebitne napake v programu. Grafično ponazarjanje poteka sicer nekoliko zmanjšuje hitrost simulacije, vendar je, vsaj v fazi preverjanja programa, zelo koristno.

SUMMARY

The distance method, as a one of different methods for detecting the shape and pattern of spatial locations the plants, is known as a point-plant and plant-plant method, respectively. In forestry, the methods were developed in the first instance in order to estimate the stand density and total volume of wood. The fact, that the estimation procedure was affected by the pattern of the trees, led foresters to be concerned with methods of describing pattern and detecting non-random ones.

By the random distributions, mean distances between randomly chosen point and its neighbours are equal to the mean distances between randomly chosen plant and its neighbours. On the contrary, in the real population of plants, the pattern is non-random and mean distance between randomly chosen point and its first neighbour is not equal to the mean distance

between randomly chosen plant and its first neighbour. In the forest, for example, because of large dimensions of trees, the small values of the first tree-tree distance are rare and mean distance greater than expected and it is also greater than the point-tree distance. On the other hand, by the pattern of cluster or by contagious distributions, the first point-plant and plant-plant mean distance are both small because of the effect of clustering.

One of interesting characteristics, according to the distance approach, is the ratio between variance and mean. This ratio is not constant but depends on the stand density. By low density the variance is greater than mean, but with increasing the density the variance decreases. By high density the variance is much smaller than the mean. The density, by which the variance is equal to the mean, depends on the i -th distance. One of interesting characteristics is also, that the variance inside same density is equal for all neighbours, namely, for $k=1,2,3,\dots,n$.

In the recent forestry investigations according to the distance method approach, many equations are used to estimate stand density and basal area of the trees. Many investigations are taken about the question, which mean is valid and how many trees to take in one sample. On the other hand, the question, how many trees to take in account by booth distance methods, was ignored and number of the trees automatically accepted as $(k-0.5)$ for point-plant method and $(k+0.5)$ trees by plant-plant method, respectively. According to the equations (2.6), (2.7) and (2.8), it is quite clear, that the count of the half tree is not valid and has no theoretical reason. It results from a wrong conclusion, that the sample consists of all trees or their basal area inside the sample circle. In fact, the border tree, that's the k -th, must be accepted in sample as a whole by using the equation (2.12) and (2.13), or rejected by using the equation (2.14).

From a theoretical viewpoint, this half tree has a little important because of its decreasing effect by increasing k . But in practice, this half tree has quite decided value and means the positive error or bias of the distance method. For example, by the six trees sample method, using $5+0.5$ instead of 5 trees, the estimates have systematic error of 11 per cent ($100*5.5/5$).

It is clear, that this error increase quickly with decreasing value of k and may cause the method unusable.

By the cluster distribution, as a one of non-random spatial pattern, using the distance methods to estimate stand density or basal area of trees is risk, no matter if we use the point-tree and tree-tree method, respectively.

Mean value of r_k is, if the k is smaller than the mean number of trees within the cluster, by tree-tree distance method smaller and by point-tree distance method greater than in the Poisson forest. Because of this, the estimates by Thompson's equation are too high or too low. The six trees and two six trees methods also give suspiciously high estimates. Namely, because of the fact, that there are no empty samples, every "fall" into the cluster, cause a great positive error.

According to the results of tests on the models and true-measured forests, we suggest only the point-tree distance method. In the non-random spatial patterns, this method gives better estimates than the tree-tree method, which depends much more on the pattern of non-randomness. For giving good estimates, we must tend to use greater value of k , especially in the stands, whose spatial pattern of trees is far from random.

VIRI

- COX T. F. / Lewis T., 1976. A conditioned distance ratio method for analyzing spatial pattern. - *Biometrika* 63, s. 483 - 491.
- COX T. F., 1981. Reflexive nearest neighbours. - *Biometrics* 37, s. 367 - 370.
- EBERHARDT, L. L., 1967. Some developments in 'distance sampling'. - *Biometrics* 23, s. 207 - 216.
- HIRNER, V., 1978. Theoretische überlegungen zur sechs Baum - stichprobe und deren Praktische Anwendungsmöglichkeiten. - *Disertacija, Forstwiss. Fak. Univ. Freiburg i. B.*, 109 s.
- HOČEVAR, M., 1989. Razvoj in uporaba inventurne vzorčne metode 2x6 dreves. - *Zbornik gozdarstva in lesarstva* 34, s. 21 - 50.
- KERSHAW, K. A., 1973. *Quantitative and Dynamic Plant Ecology*. - McMaster University, Ontario.

- KORF, V a kolektiv., 1972. Dendrometrie. - Statni zemedelske nakladatelstvi, Praha.
- KRAMER, H. / Akca, A., 1982. Leitfaden für Dendrometrie und Bestandesinventur. - J. D. Sauländer's Verlag, Frankfurt am Main.
- LIPSCHUTZ, S., 1974. Probability. - McGraw - Hill, Inc., New York.
- PERRY, J. N. / Mead, R., 1979. On the Power of the Index of Dispersion Test to Detect Spatial Pattern. - Biometrics 35, s. 613 - 622.
- POLLARD, J. H., 1971. On distance estimators of density in randomly distributed forests. - Biometrics 27, s. 991 - 1002.
- PRODAN, M., 1968. Punktstichprobe für die Forsteinrichtung. - Der Forst - und Holzwirt 1968, s. 225 - 226.
- SKELLAM, J. G., 1952. Spatial pattern. - Biometrika 39, s. 346 - 362.
- Sloboda, B., 1976. Mathematische und stochastische Modelle zur Beschreibung der Statik und Dynamik von Bäumen und Beständen. - Habilitationsschrift, Freiburg.
- THOMPSON, H. R., 1956. Distribution of distance to nth nearest neighbour in a population of randomly distributed individuals. - Ecology 37, s. 391 - 394.
- UPTON, Graham J. G. / Fingleton, B. 1985. Spatial Data Analysis by Example. - John Wiley & Sons, Chicester.